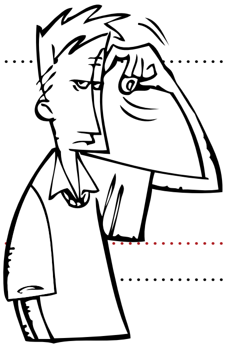


vademecum 2007 SZÓSTOKLASISTY

MATEMATYKA

SPIS TREŚCI

1 jednostki miar
2 wzory skróconego mnożenia
3 podzielność liczb
3 przedrostki
4 skala
4 liczby naturalne
5 ułamki zwykłe
9 ułamki dziesiętne
9 procenty
10 geometria i stereometria
12 liczby rzymskie

JEDNOSTKI MIAR

JEDNOSTKI DŁUGOŚCI

kilometr	hektometr	metr	decymetr	centymetr	milimetr	mikrometr
km	**hm**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**	**µm**
1 km	0,1 km	0,001 km	0,0001 km	0,00001 km	0,000001 km	0,000000001 km
10 hm	1 hm	0,01 hm	0,001 hm	0,0001 hm	0,00001 hm	0,00000001 hm
1 000 m	100 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m	0,000001 m
10 000 dm	1 000 dm	10 dm	1 dm	0,1 dm	0,01 dm	0,00001 dm
100 000 cm	10 000 cm	100 cm	10 cm	1 cm	0,1 cm	0,0001 cm
1 000 000 mm	100 000 mm	1 000 mm	100 mm	10 mm	1 mm	0,001 mm
1 000 000 000 µm	100 000 000 µm	1 000 000 µm	100 000 µm	10 000 µm	1 000 µm	1 µm

JEDNOSTKI MASY

tona	kwintal	kilogram	dekagram	gram	miligram
t	**q**	**kg**	**dag**	**g**	**mg**
1 t	0,1 t	0,001 t	0,00001 t	0,000001 t	0,000000001 t
10 q	1 q	0,01 q	0,0001 q	0,00001 q	0,00000001 q
1 000 kg	100 kg	1 kg	0,01 kg	0,001 kg	0,000001 kg
100 000 dag	10 000 dag	100 dag	1 dag	0,1 dag	0,0001 dag
1 000 000 g	100 000 g	1 000 g	10 g	1 g	0,001 g
1 000 000 000 mg	100 000 000 mg	1 000 000 mg	10 000 mg	1 000 mg	1 mg

JEDNOSTKI OBJĘTOŚCI					
kilometr sześcienny	**metr sześcienny**	**hektolitr**	**decymetr sześcienny /litr/**	**centymetr sześcienny /mililitr/**	**milimetr sześcienny**
km^3	**m^3**	**hl**	**dm^3/l/**	**cm^3/ml/**	**mm^3**
1 km^3	0,000000001 km^3	0,0000000001 km^3			
1 000 000 000 m^3	1 m^3	0,1 m^3	0,001 m^3	0,000001 m^3	0,000000001 m^3
1010 hl	10 hl	1 hl	0,01 hl	0,00001 hl	0,00000001 hl
1012 dm^3 /l/	1 000 dm^3 /l/	100 dm^3 /l/	1dm^3 /l/	0,001 dm^3 /l/	0,000001 dm^3 /l/
1015 cm^3 /ml/	1 000 000 cm^3 /ml/	100 000 cm^3 /ml/	1 000 cm^3 /ml/	1 cm^3 /ml/	0,001 cm^3 /ml/
1018 mm^3	1 000 000 000 mm^3	100 000 000 mm^3	1 000 000 mm^3	1 000 mm^3	1 mm^3

JEDNOSTKI POLA POWIERZCHNI						
kilometr kwadratowy	**hektar**	**ar**	**metr kwadratowy**	**decymetr kwadratowy**	**centymetr kwadratowy**	**milimetr kwadratowy**
km2	**ha**	**a**	**m2**	**dm2**	**cm2**	**mm2**
1 km2	0,01 km2	0,0001 km2	0,000001 km2	0,00000001 km2	0,0000000001 km2	0,000000000001 km2
100 ha	1 ha	0,01 ha	0,0001 ha	0,000001 ha	0,00000001 ha	0,0000000001 ha
10 000 a	100 a	1 a	0,01 a	0,0001 a	0,000001 a	0,00000001 a
1 000 000 m2	10 000 m2	100 m2	1 m2	0,01 m2	0,0001 m2	0,000001 m2
100 000 000 dm2	1 000 000 dm2	10 000 dm2	100 dm2	1 dm2	0,01 dm2	0,0001 dm2
1010 cm2	108cm2	1 000 000 cm2	10 000 cm2	100 cm2	1 cm2	0,01 cm2
1012 mm2	1010 mm2	108 mm2	1 000 000 mm2	10 000 mm2	100 mm2	1 mm2

WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	kwadrat różnicy
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	kwadrat sumy
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	różnica kwadratów
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	różnica sześcianów
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$	suma sześcianów
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	sześcian różnicy
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	sześcian sumy
$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	kwadrat sumy trzech składników

PODZIELNOŚĆ LICZB

Dowolna liczba naturalna jest podzielna przez:	
2	gdy jej ostatnią cyfrą jest 0, 2, 4, 6 lub 8
3	gdy suma jej cyfr dzieli się przez 3
4	gdy liczba, wyrażona dwiema ostatnimi jej cyframi, dzieli się przez 4
5	gdy jej ostatnią cyfrą jest 0 albo 5
6	gdy dzieli się przez 2 lub 3
7	gdy różnica między liczbą wyrażoną kolejnymi trzema ostatnimi cyframi danej liczby a liczbą wyrażoną pozostałymi cyframi tej liczby (lub odwrotnie) dzieli się przez 7
8	gdy liczba wyrażona trzema ostatnimi jej cyframi dzieli się przez 8
9	gdy suma jej cyfr dzieli się przez 9
10	gdy ostatnią jej cyfrą jest 0
11	gdy różnica sumy jej cyfr stojących na miejscach parzystych i sumy cyfr stojących na miejscach nieparzystych dzieli się przez 11

PRZEDROSTKI

powiększają			
przedrostek	skrót	ile razy zwiększa jednostkę	
tera	T	10^{12}	bilion
giga	G	10^{9}	miliard
mega	M	10^{6}	milion
kilo	k	10^{3}	tysiąc
hekto	h	10^{2}	sto
deka	da	10	dziesięć

pomniejszają		
przedrostek	skrót	jaka to część jednostki
decy	d	dziesiąta część
centy	c	setna część
mili	m	tysięczna część
mikro	k	milionowa część
nano	n	miliardowa część
piko	p	bilionowa część
femto	f	biliardowa część
atto	a	trylionowa część

SKALA

Skala	1 : 1	1 : k	k : 1
wymiary	rzeczywiste	każdy wymiar zmniejszony k razy	każdy wymiar zwiększony k razy
obwód	O	k razy mniejszy [O : k]	k razy większy [O · k]
pole powierzchni	P	k^2 razy mniejsze [P : k^2]	k^2 razy większe [P · k^2]
objętość	V	k^3 razy mniejsza [V : k^3]	k^3 razy większa [V · k^3]

LICZBY NATURALNE

Działania:

Suma – dodawanie, wynik dodawania
Składniki – liczby, które dodajemy
Różnica – odejmowanie, wynik odejmowania
Odjemna – liczba, od której odejmujemy
Odjemnik – liczba, którą odejmujemy
Iloczyn – mnożenie, wynik mnożenia
Czynniki – liczby, które mnożymy
Iloraz – dzielenie, wynik dzielenia
Dzielna – liczba, którą dzielimy
Dzielnik – liczba, przez którą dzielimy
Potęgowanie – krótszy zapis iloczynu jednakowych czynników: $a^2 = a \cdot a$ $a^3 = a \cdot a \cdot a$

Kwadrat liczby to jej druga potęga, a sześcian – trzecia. W powyższym przykładzie „a" to **podstawa potęgi,** mówi nam o tym, jaką liczbę będziemy mnożyć. Mała liczba z prawej strony to **wykładnik potęgi,** mówi nam o tym, ile razy liczbę „a" będziemy mnożyć przez siebie.

Własności działań:

Przemienność dodawania i mnożenia
$a + b = b + a$
$a \cdot b = b \cdot a$

Łączność dodawania i mnożenia
$(a + b) + c = a + (b + c)$
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Rozdzielność mnożenia względem dodawania
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Rozdzielność mnożenia względem odejmowania
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$

Kolejność wykonywania działań:

1. działania w nawiasach
2. potęgowanie i pierwiastkowanie
3. mnożenie i dzielenie
4. dodawanie i odejmowanie

Uwaga! Jeżeli w wyrażeniu obok siebie występuje dzielenie i mnożenie, to wykonujemy działania w kolejności od lewej do prawej strony. Tak samo postępujemy, jeżeli w wyrażeniu obok siebie występuje dodawanie i odejmowanie.

Wielokrotności

Wielokrotności danej liczby tworzy się, mnożąc tę liczbę przez kolejne liczny naturalne. Na przykład, jeżeli chcemy znaleźć wielokrotności liczby 2, to mnożymy 2 przez kolejne liczby naturalne:

$1 \cdot 2 = 2$,

$2 \cdot 2 = 4$,

$3 \cdot 2 = 6$,

$4 \cdot 2 = 8$,

$5 \cdot 2 = 10$...

Znalezienie wszystkich wielokrotności nie jest możliwe, bo jest ich nieskończenie wiele.

Dzielniki

Jeżeli liczbę można przedstawić w postaci iloczynu liczb naturalnych, to każdy z czynników tego iloczynu nazywamy dzielnikiem danej liczby. Każda liczba ma co najmniej dwa dzielniki – 1 i samą siebie (wyjątkiem jest oczywiście liczba 1). Na przykład, jeżeli chcemy znaleźć wszystkie dzielniki liczby 12, możemy zrobić to w następujący sposób:

$12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$, to znaczy, że dzielnikami liczby 12 są liczby: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Liczba pierwsza – to taka liczba, która ma dokładnie dwa dzielniki – 1 i samą siebie.
Liczba złożona – to taka liczba, która ma więcej niż dwa dzielniki.

Uwaga! Liczba 1 nie jest ani liczbą pierwszą, ani liczbą złożoną.

UŁAMKI ZWYKŁE

Budowa ułamka zwykłego:

4	licznik ułamka
—	kreska ułamkowa
5	mianownik ułamka

Uwaga! Kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia.

Rozszerzanie ułamków

Mnożenie licznika i mianownika ułamka przez tę samą liczbę różną od zera. Rozszerzając ułamek, nie zmienia się jego wartości.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ licznik i mianownik ułamka zostały pomnożone przez 2

Skracanie ułamków

Dzielenie licznika i mianownika przez taką samą liczbę. Skracając ułamek, nie zmienia się jego wartości.

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ licznik i mianownik ułamka zostały podzielone przez 3

Porównywanie ułamków

– jeżeli ułamki zwykłe mają takie same mianowniki, to ten jest większy, który ma większy licznik;
– jeżeli ułamki zwykłe mają takie same liczniki, to ten jest większy, który ma mniejszy mianownik;
– jeżeli ułamki nie mają ani równych liczników, ani równych mianowników, to można doprowadzić ułamki do wspólnego mianownika lub licznika za pomocą operacji rozszerzania.

Ułamek właściwy – ułamek, którego licznik jest mniejszy od mianownika.
Ułamek niewłaściwy – ułamek, którego licznik jest równy lub większy od mianownika.
Ułamek niewłaściwy można zamienić na liczbę mieszaną. Na przykład:

$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Działania na ułamkach zwykłych

Największą trudnością w wykonywaniu działań na ułamkach jest sprowadzenie ułamków do wspólnego mianownika. Będzie to potrzebne zarówno przy dodawaniu, jak i odejmowaniu ułamków. Najprościej to zrozumieć na przykładzie. Mamy dwa ułamki:

$$\frac{5}{12} \quad \text{i} \quad \frac{2}{15}$$

Chcemy, aby miały takie same mianowniki. Najlepszy mianownik to najmniejszy mianownik, znacznie ułatwione są wtedy dalsze rachunki. Zaczniemy od poszukiwania najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb 12 i 15. Można to zrobić, wypisując po prostu kolejne wielokrotności tych liczb:

- wielokrotności 12: 12, 24, 36, 48, 60
- wielokrotności 15: 15, 30, 45, 60

Najmniejszą wspólna wielokrotnością liczb 12 i 15 jest liczba 60, czyli naszym wspólnym mianownikiem będzie 60. Teraz należy rozszerzyć oba ułamki:

$$\frac{5}{12} = \frac{25}{60}$$ licznik i mianownik ułamka pomnożymy przez 5, bo $12 \cdot 5 = 60$

$$\frac{2}{15} = \frac{8}{60}$$ licznik i mianownik ułamka pomnożymy przez 4, bo $15 \cdot 4 = 60$

Gotowe!

Dodawanie ułamków zwykłych

Jeżeli ułamki zwykłe mają takie same mianowniki, to dodajemy liczniki ułamków, a mianownik pozostaje bez zmian:

$$\frac{7}{11} + \frac{1}{11} = \frac{8}{11}$$

Jeżeli chcemy dodać liczby mieszane, dodajemy całości do całości, a ułamki do ułamków:

$$2\frac{3}{7} + 1\frac{2}{7} = 3\frac{5}{7}$$

Jeżeli ułamki zwykłe mają różne mianowniki, to najpierw należy sprowadzić ułamki do wspólnego mianownika, a potem dodać liczniki, pozostawiając mianownik bez zmian.

Odejmowanie ułamków zwykłych

Jeżeli ułamki zwykłe mają takie same mianowniki, to odejmujemy liczniki ułamków, a mianownik pozostaje bez zmian:

$$\frac{9}{13} - \frac{1}{13} = \frac{8}{13}$$

Jeżeli chcemy odjąć liczby mieszane, odejmujemy całości od całości, a ułamki od ułamków:

$$2\frac{3}{11} - 1\frac{2}{11} = 1\frac{1}{11}$$

Jednak czasami nie jest to aż takie proste. Rozpatrzmy takie odejmowanie:

$$5\frac{1}{3} - 3\frac{2}{3}$$

W tym przykładzie możemy odjąć całości od całości, ale niestety nie można odjąć większej liczby od mniejszej w licznikach. Proponuję dwa różne sposoby:

Zamieniamy obie liczby mieszane na ułamki niewłaściwe i odejmujemy licznik od licznika, mianowniki pozostawiając bez zmian:

$$5\frac{1}{3} - 3\frac{2}{3} = \frac{16}{3} - \frac{11}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Zamieniamy tylko jedną całość w odjemnej na ułamek i odejmujemy całości od całości, a ułamki od ułamków:

$$5\frac{1}{3} - 3\frac{2}{3} = 4\frac{4}{3} - 1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Uwaga! Oba przedstawione powyżej sposoby są poprawne, ale w przypadku gdy mianowniki ułamków są dużymi liczbami, wygodniejszy jest drugi sposób.

Jeżeli ułamki zwykłe mają różne mianowniki, to najpierw należy sprowadzić ułamki do wspólnego mianownika, a potem odjąć liczniki, pozostawiając mianowniki bez zmian.

Mnożenie ułamków zwykłych

Jeżeli chcemy pomnożyć dwa ułamki zwykłe, to mnożymy licznik przez licznik, a mianownik przez mianownik:

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{1 \cdot 5}{10 \cdot 7} = \frac{5}{70} = \frac{1}{14}$$

Przykład ten można rozwiązać, stosując skracanie ułamków. Pamiętaj tylko, aby skracając, zawsze wybierać jedną liczbę z licznika, a drugą z mianownika:

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{1 \cdot \cancel{5}^{1}}{\cancel{10}^{2} \cdot 7} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 7} = \frac{1}{14}$$

Jeżeli chcemy pomnożyć ułamek przez liczbę mieszaną, to można to zrobić na dwa różne sposoby:

$$1\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{5}{3} \cdot 5 = \frac{5 \cdot 5}{3} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$$

zamieniamy liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy

$$1\frac{2}{3} \cdot 5 = 1 \cdot 5 + \frac{2}{3} \cdot 5 = 5 + \frac{10}{3} = 5 + 3\frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$$

Jeżeli chcemy pomnożyć przez siebie dwie liczby mieszane, to obie zamieniamy na ułamki niewłaściwe i mnożymy licznik przez licznik, a mianownik przez mianownik:

$$1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$$

Dzielenie ułamków zwykłych

Jeżeli chcemy podzielić przez siebie dwa ułamki zwykłe, to pierwszy ułamek pozostawiamy bez zmian, znak zmieniamy na mnożenie, a drugi ułamek odwracamy:

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{5} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$$

Jeżeli chcemy podzielić przez siebie liczby mieszane, to najpierw zamieniamy je na ułamki niewłaściwie, a potem postępujemy już tak jak w powyższym przykładzie:

$$1\frac{1}{3} : 2\frac{1}{5} = \frac{4}{3} : \frac{11}{5} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{11} = \frac{20}{33}$$

UŁAMKI DZIESIĘTNE

Ułamki dziesiętne to zapisane za pomocą przecinka ułamki zwykłe o mianownikach 10, 100, 1000 itp.

Przykłady:

$\frac{1}{10} = 0{,}1$ $\qquad \frac{1}{100} = 0{,}01$ $\qquad \frac{1}{1000} = 0{,}001$ $\qquad \frac{1}{10000} = 0{,}0001$

Uwaga! W ułamku w postaci dziesiętnej jest tyle miejsc po przecinku, ile jest zer w mianowniku ułamka zwykłego.

Budowa ułamka dziesiętnego

Zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne

Jeżeli jest to możliwe, rozszerzamy ułamek zwykły tak, aby miał mianownik 10, 100, 1000 itp.

Jeżeli rozszerzenie nie jest możliwe (gdy na przykład mianownik ułamka to 3, 7, 11, 13 itp.), zawsze możemy skorzystać z własności kreski ułamkowej: zastępuje ona znak dzielenia. Wykonujemy wtedy dzielenie sposobem pisemnym.

Działania na ułamkach dziesiętnych

Wszystkie działania na ułamkach dziesiętnych można wykonywać sposobem pisemnym, bardzo podobnie jak działania pisemne na liczbach naturalnych. Zmiany dotyczą właściwie tylko sposobu podpisywania i ustawienia przecinka w wyniku.

Dodawanie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym

Podpisujemy ułamki przecinek pod przecinkiem. Dodajemy ułamki tak, jakby przecinka w ogóle nie było. Przecinek w wyniku wpisujemy w tym samym miejscu, gdzie jest w składnikach.

Odejmowanie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym

Podpisujemy ułamki przecinek pod przecinkiem. Odejmujemy ułamki tak, jakby przecinka w ogóle nie było. Przecinek w wyniku wpisujemy w tym samym miejscu, gdzie jest w odjemnej i odjemniku. Odejmowanie zawsze można sprawdzić za pomocą dodawania, dodając wynik (różnicę) do odjemnika (liczby, którą odejmujemy).

Uwaga! Jeżeli odjemna ma mniej miejsc po przecinku niż odjemnik, miejsca te uzupełniamy zerami.

Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000 itp.

Aby wykonać takie dzielenie, nie trzeba wykonywać go sposobem pisemnym. Wystarczy tylko w odpowiedni sposób przesunąć przecinek:

Mnożąc ułamek dziesiętny przez 10, 100, 1000 itp., przesuwamy przecinek w prawą stronę o tyle miejsc, ile jest zer. Czyli, jeżeli mnożymy ułamek przez 10, przesuwamy przecinek o jedno miejsce, jeżeli mnożymy ułamek przez 100, przesuwamy przecinek o dwa miejsca itd.

Dzieląc ułamek dziesiętny przez 10, 100, 1000 itp., przesuwamy przecinek w lewą stronę o tyle miejsc, ile jest zer. Czyli, jeżeli dzielimy ułamek przez 10, przesuwamy przecinek o jedno miejsce, jeżeli dzielimy ułamek przez 100, przesuwamy przecinek o dwa miejsca itd.

Mnożenie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym

Podpisujemy ułamki w ten sposób, aby ostatnia cyfra jednego ułamka była pod ostatnią cyfra drugiego ułamka. Po wykonaniu mnożenia, dokładnie w ten sam sposób, jak w przypadku liczb naturalnych, liczymy miejsca po przecinku w obu czynnikach, dodajemy liczbę miejsc po przecinku: właśnie tyle miejsc po przecinku będzie w wyniku.

Dzielenie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym

Pierwszą ważną rzeczą, którą musimy zrobić, to przekształcić dzielnik w liczbę naturalną. W tym celu mnożymy dzielną i dzielnik przez 10, 100 lub 1000, tak aby dzielnik nie był ułamkiem. Na przykład:

1,25 : 0,6 = 12,5 : 6

pomnożyliśmy dzielną i dzielnik przez 10

4,869 : 1,25 = 486,9 : 125

pomnożyliśmy dzielną i dzielnik przez 100

Teraz można dopiero zaczynamy wykonywania działania pisemnie. Dzielenie wykonuje się podobnie jak w przypadku zwykłego dzielenia liczb naturalnych, stosując zasadę dotyczącą przecinka: jeżeli chcemy spisać pierwszą cyfrę po przecinku z dzielnej, musimy w wyniku najpierw postawić przecinek.

W przypadku dzielenia ułamków dziesiętnych nie musimy godzić się na dzielenie z resztą, ponieważ stawiając w wyniku przecinek, możemy dopisywać sobie zera do reszty i kontynuować wykonywanie działania.

PROCENTY

Procent – jedna setna część całości.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

Zamiana procentu na ułamek

Możemy zamieniać procent na ułamek zwykły, bo skoro:

$1\% = \frac{1}{100}$ to jasne jest, że np. $35\% = \frac{35}{100}$

Ułamek zwykły możemy skrócić i otrzymujemy:

$$35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

Możemy też zamienić procent na ułamek w postaci dziesiętnej. Skoro kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia, wystarczy procent podzielić przez 100, czyli przesunąć przecinek o dwa miejsca w lewo. Teraz nawet ułamkowe procenty nie stanowią większego problemu. Na przykład:

35% = 35 : 100 = 0,35

12,5% = 12,5 : 100 = 0,125

Obliczanie procentu z liczby

Jeżeli potrafimy już zamieniać procenty na ułamki, obliczanie procentu z liczby sprowadza się do pomnożenia tego ułamka przez liczbę.

Na przykład chcemy obliczyć 30% z liczby 120. Najpierw zamieniamy 30% na ułamek:

$$30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

Później mnożymy ułamek przez liczbę, czyli w tym przykładzie przez 120:

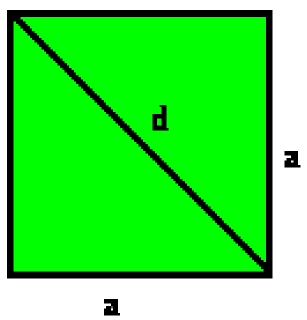
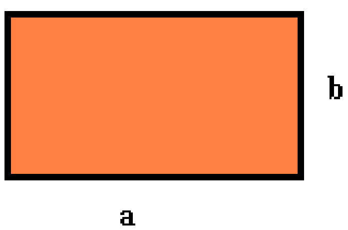
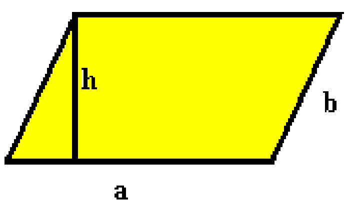
$$\frac{3}{10} \cdot 120 = \frac{3 \cdot 120}{10} = \frac{360}{10} = 36$$

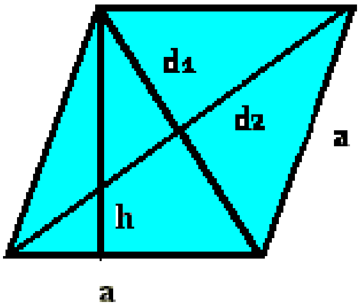
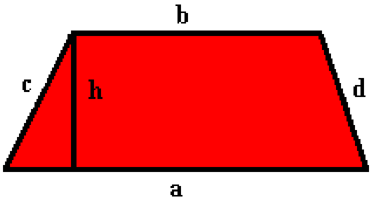
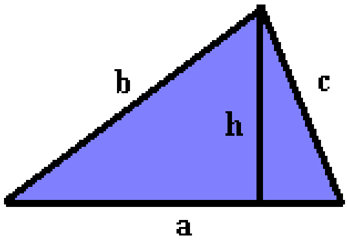
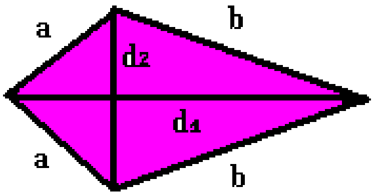
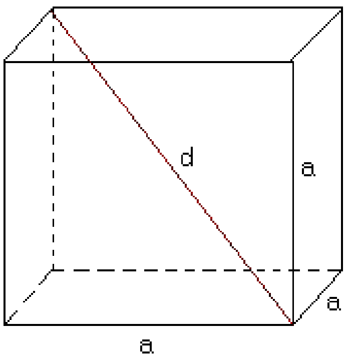
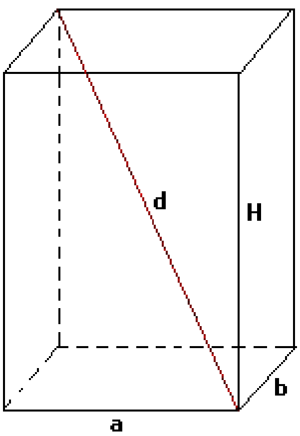
lub skracając w trakcie mnożenia

$$\frac{3}{10} \cdot 120 = \frac{3 \cdot \cancel{120}^{1}}{\cancel{10}^{1}} = \frac{36}{1} = 36$$

Zatem 30% z liczby 120 to 36.

GEOMETRIA I STEREOMETRIA

Figura / Bryła		Obwód O	Pole pow. P	Objętość V
kwadrat		O = 4a	$P = a^2$ $P = \frac{1}{2} d^2$	-
prostokąt		O = 2a + 2b	P = ab	-
równoległobok		O = 2a + 2b	P = ah	-

romb		O = 4a	P = ah P = ½ $d_1 d_2$	-
trapez		O = a + b + c + d	P = ½ (a + b) h	-
trójkąt		O = a + b + c	P = ½ a	-
deltoid latawiec		O = 2a + 2b	P = ½ $d_1 d_2$	-
sześcian		-	P = $6a^2$	V = a^3
prostopadłościan		-	P = 2ab +2aH +2bH	V = abH

LICZBY RZYMSKIE

W systemie dziesiętnym, czyli tym, którym posługujemy się na co dzień, do zapisu liczb używamy znaków od 0 do 9. W systemie rzymskim natomiast posługujemy się znakami:

I–1, V–5, X–10, L–50, C–100, D–500, M–1000.

Za pomocą tych znaków można zapisać liczby od 1 do 3999. System rzymski zapisywania liczb jest systemem addytywnym (z ang. addition – dodawanie), czyli wartość danej liczby określa się na podstawie sumy (dodawania) wartości jej znaków cyfrowych. Wyjątki od tej zasady to liczby: 4, 9, 40, 90, 400 i 900, do opisu których używa się odejmowania (dokładnie omówione w przykładach).

Podstawową zasadą zapisywania liczb w systemie rzymskim jest dążenie do tego, aby używać jak najmniejszej liczby znaków. Ułatwią nam to dwie podstawowe reguły:

• obok siebie mogą stać co najwyżej trzy znaki I (1), trzy znaki X (10), trzy znaki C (100) lub trzy znaki M (1000);

• obok siebie nie mogą stać dwa znaki: V, L, D, ponieważ:
zamiast stojących obok siebie dwóch znaków V możemy zapisać jeden znak X (10 = 5 + 5), w miejscu dwóch stojących obok siebie znaków L – znak C (50 + 50 = 100), a dwa znaki DD można zastąpić jednym M (500 + 500 = 1000).

Najprościej rozważać stosowanie wszystkich powyższych zasad na znanych przykładach, bo przecież od najmłodszych lat uczono nas zapisywania miesięcy za pomocą cyfr rzymskich:

I – styczeń, II – luty, III – marzec, IV – kwiecień, V – maj, VI – czerwiec, VII – lipiec, VIII – sierpień, IX – wrzesień, X – październik, XI – listopad, XII – grudzień

Zobaczmy różnicę między czwartym a szóstym miesiącem:

oraz różnicę między dziewiątym a jedenastym miesiącem:

Dlaczego 9 to 10 – 1, a nie 5 + 1 + 1 + 1 + 1? Załóżmy, że 9 = 5 + 1 + 1 + 1 + 1, to w systemie rzymskim liczba 9 wyglądałaby następująco: VIIII. Wtedy jednak obok siebie stałyby 4 znaki I, co jest wykluczone (zasada pierwsza). Jeżeli natomiast zapisujemy 9 jako 9 = 10(X) – 1(I), mamy do dyspozycji dwa znaki X i I. Jeżeli teraz mniejsza liczba (I) będzie występowała przed większą (X), to będzie oznaczać, że należy je odjąć 10 – 1 = 9.

Podobnie będzie w następujących przypadkach:

90 = 100 – 10 czyli w systemie rzymskim XC
40 = 50 – 10 czyli w systemie rzymskim XL
400 = 500 – 100 czyli w systemie rzymskim CD
900 = 1000 – 100 czyli w systemie rzymskim CM